UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA
"TOR VERGATA"

Macroarea di SCIENZE MM. FF. NN.

PROGRAMMA di CALCOLO2 per il cdl in Fisica

Prof. Piermarco CANNARSA - Anno Accademico 2016/2017

1. **Integrazione**

a. Funzioni integrabili secondo Riemann su $\mathbf{R}^N$. Integrabiltà delle funzioni continue a supporto compatto (D). Misura di Peano-Jordan. Integrale su insiemi misurabili. Misurabilità degli insiemi normali. Integrabilità delle funzioni continue q.o., limitate e a supporto compatto. Formule di riduzione per integrali doppi. Formule di riduzione per gli integrali tripli. Volume dei solidi di rotazione. Cambiamento di variabili negli integrali multipli. Coordinate polari nel piano. Coordinate sferiche. Integrale di funzioni definite su insiemi non limitati. Integrale di funzioni non limitate nell'intorno di un punto.

b. Porzioni di superfici regolari (PSR). Area di una PSR e integrali superficiali. Formula di Gauss-Green (D: per insiemi normali). Calcolo dell'area di figure piane. Teorema della divergenza nel piano. Il teorema della divergenza nello spazio. Teorema di Stokes (D). Potenziale vettore.

2. **Spazi metrici**

a. Metriche, intorni, successioni convergenti, successioni di Cauchy. Insiemi aperti e insiemi chiusi. Chiusura, interno, frontiera.

b. Spazi metrici completi. Spazi metrici compatti e compatti per successioni. Teorema delle contrazioni.

c. Spazi normati e spazi dotati di un prodotto scalare. Spazi di Hilbert.

3. **Equazioni differenziali**

a. Esempi di equazioni differenziali. Il problema di Cauchy per sistemi differenziali del prim'ordine in forma normale. Esistenza di soluzioni del problema di Cauchy (D). Unicità (D). L'equazione logistica.

b. Prolungamento di soluzioni. Soluzioni massimali. Escursione dai compatti (D). Equazioni a variabili separabili, omogenee e di Mafredi. Dipendenza senza continua dai dati. Il caso della striscia: dinamica sub-lineare e esistenza globale. Equazioni di Bernoulli.

c. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Sistemi differenziali lineari. Sistemi fondamentali di soluzioni e matrici fondamentali. Esistenza di sistemi fondamentali di soluzioni (D). Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Sistema fondamentale di soluzioni per autovalori semplici. Equazioni differenziali lineari di ordine n: struttura dello spazio delle soluzioni. Metodo della variazione delle costanti. Equazioni a coefficienti costanti: soluzioni dell'equazione omogenea e ricerca di una soluzione del problema non omogeneo per termini noti particolari. Equazioni di Eulero.

d. Flusso di un sistema autonomo. Legge di gruppo. Insiemi invarianti per il flusso. Orbite periodiche. Integrali primi. Modello preda-predatore. Criterio di periodicità per sistemi piani. Applicazione al modello di Lotka-Volterra. Insiemi alfa-limite e omega-limite. Stabilità di un punto di equilibrio secondo Liapunov. Criterio di linearizzazione. Modello SIR. Funzioni di Liapunov. Criterio di stabilità di Liapunov (D). Funzioni di Liapunov strette e stabilità asintotica (D). Bacino di attrazione. Ulteriori criteri per lo studio della stabilità asintotica dei punti di equilibrio. Esempi di funzioni di Liapunov. L'equazione di van der Pol.

4. Serie e trasformate di Fourier

a. Funzioni periodiche e loro proprietà. Coefficienti di Fourier di una funzione periodica di quadrato sommabile. Convergenza puntuale di serie di Fourier (D). Convergenza totale di serie di Fourier (D). Convergenza uniforme di serie di Fourier. Serie di Fourier complesse. Applicazione alla soluzione del l'equazione del calore e delle corde vibranti. Fenomeno di Gibbs.

b. Trasformata di Fourier di una funzione sommabile. Proprietà algebriche della trasformata (D). Proprietà differenziali della trasformata di Fourier (D). Lemma di Riemann-Lebesgue (D). Trasformata di Fourier di una convoluzione. Inversione della trasformata. Applicazione della trasformata di Fourier alle equazioni ordinarie, e alle equazioni del calore e delle onde. Trasformata di Fourier di funzioni a decrescenza rapida. Formula di Plancherel. Teorema di Shannon (D).