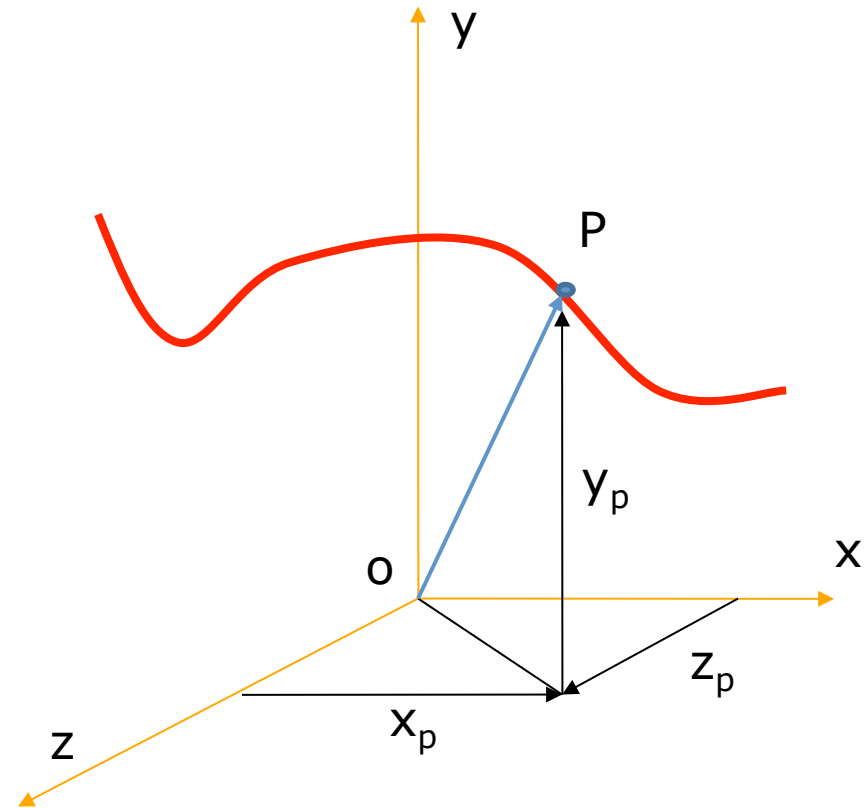


Cinematica unidimensionale

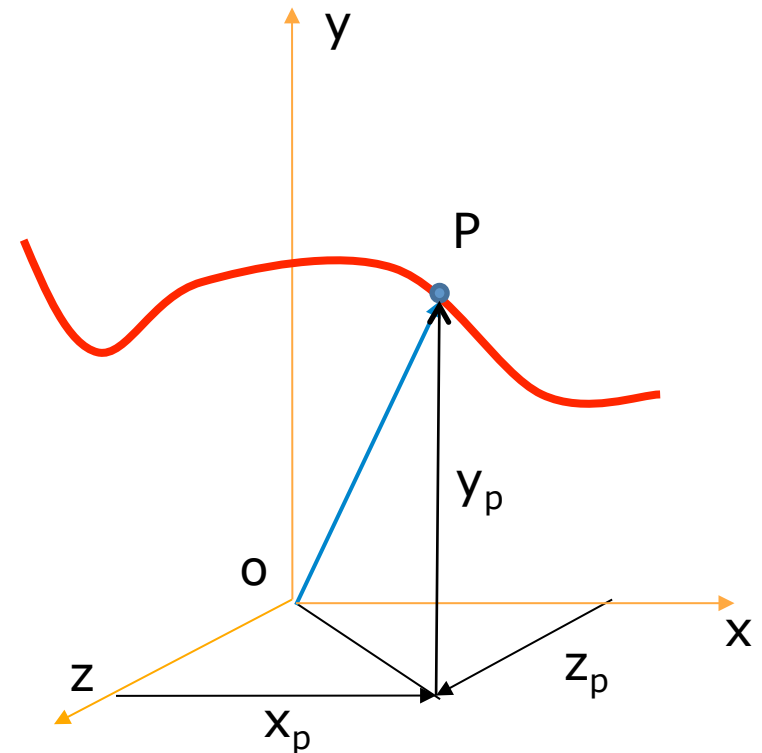
Il moto di un punto

- Lo spostamento, la velocità e l'accelerazione sono grandezze vettoriali.
- Ora vogliamo mostrare che il moto di un oggetto nello spazio è la combinazione (somma e/ o sottrazione) di moti vettoriali unidimensionali.



Moti unidimensionali

- Se un punto si muove cambia la sua posizione, e anche le sue proiezioni sugli assi cambiano posizione
- Un moto unidimensionale potrà essere: uniforme, variabile, accelerato, nullo.
- Può succedere che una coordinata sia ferma ed un'altra si muova di moto uniforme o accelerato.
- Il moto di un punto nello spazio è la somma vettoriale dei moti lungo ciascun asse.
- Per descrivere il moto nello spazio bisogna conoscere i moti vettoriali lungo le tre direzioni.
- Quindi prima troveremo come si descrive il moto unidimensionale e poi comporre (sommeremo vettorialmente) i moti delle tre direzioni ottenendo il moto tridimensionale



Velocità media unidimensionale

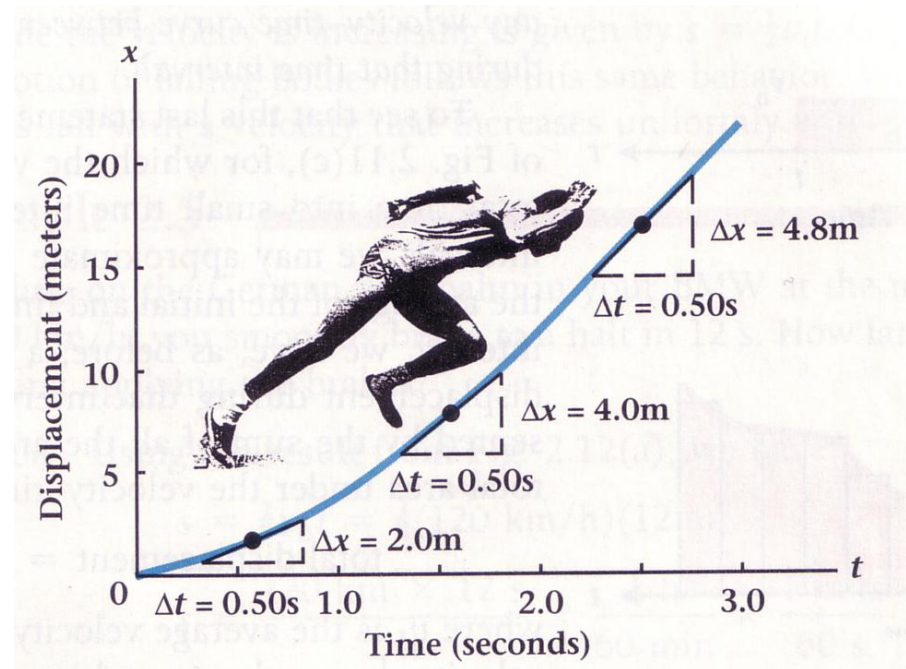
- Il moto in una direzione può essere **uniforme o accelerato**, andando nella direzione dell'asse positivo o in quello negativo
- **La velocità è un vettore**, ma se la definiamo in una sola direzione non serve usare il concetto di vettore perché la direzione è definita
- La variazione della posizione diviso un intervallo di tempo esprime la **velocità media**.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Velocità media e velocità istantanea

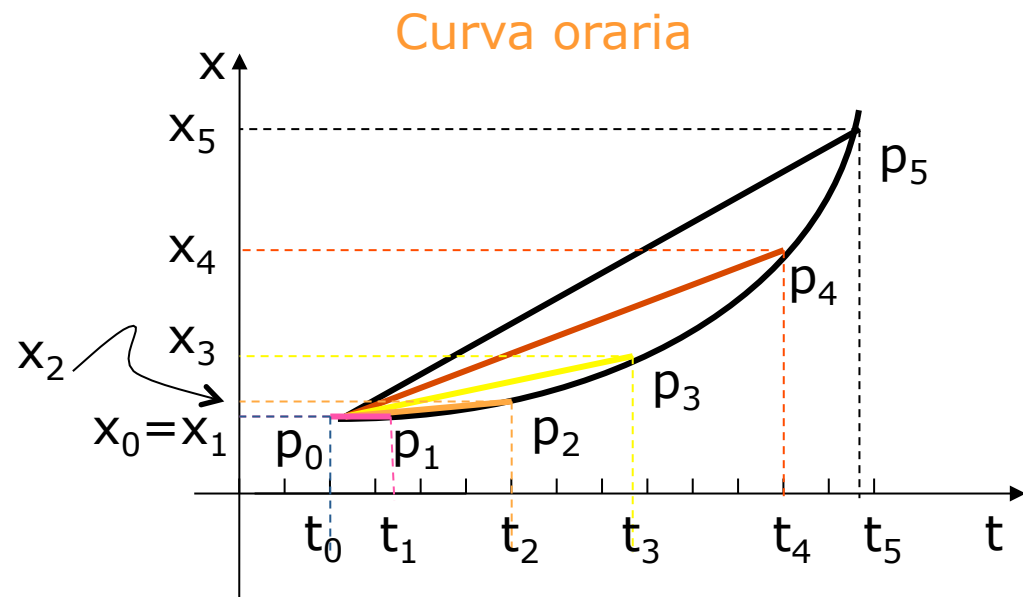
$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{ist} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



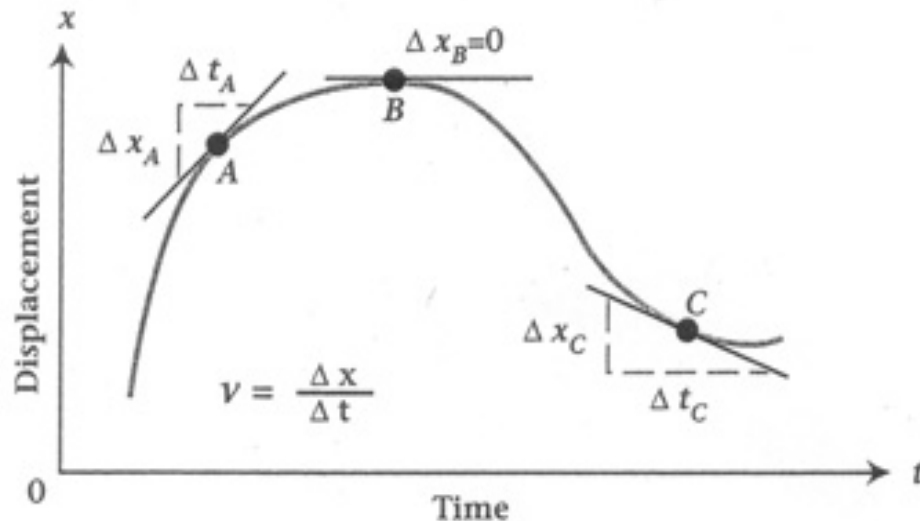
Significato di Velocità media

$\Delta x / \Delta t$ è la velocità media, ma tale rapporto è anche il coefficiente angolare, (la tangente) di una retta tipo $y = mx$ nello spazio x, t . L' algoritmo derivata è il limite di tale rapporto incrementale.



$$y = m x \quad \Delta x = v \Delta t$$

Velocità media (2)



Per avere una velocità corretta punto per punto dobbiamo definire una velocità istantanea.

La velocità media non descrive il moto con sufficiente precisione.

- Nel punto A la derivata è positiva; ci si allontana dall'origine.
- Nel punto B la derivata è nulla, cioè si rimane alla stessa distanza dall'origine.
- Nel punto C la derivata è negativa, si sta ritornando verso l'origine.

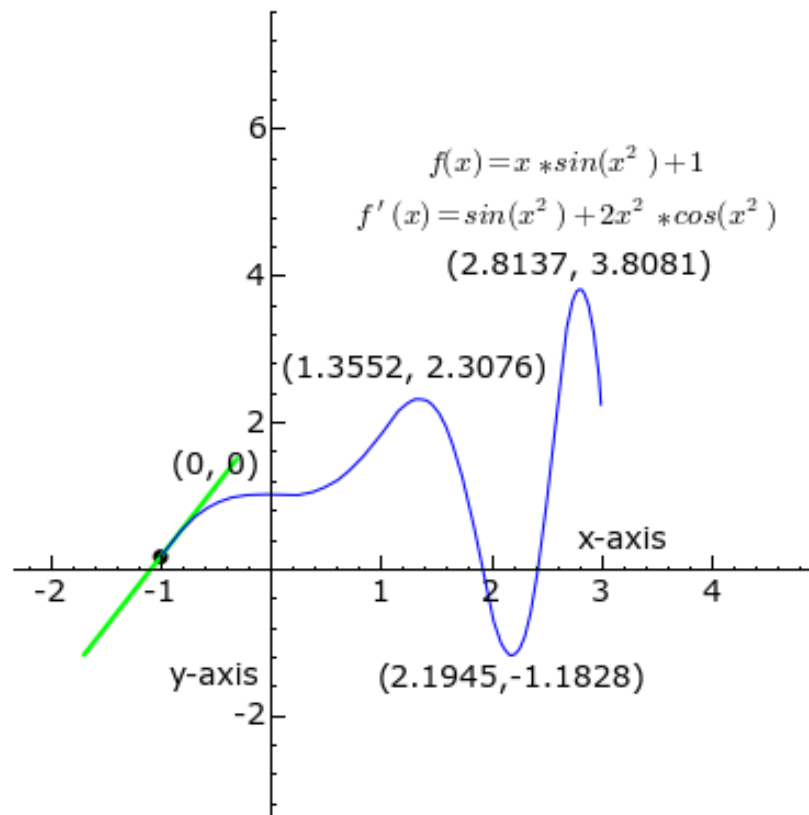
Velocità istantanea

- La velocità istantanea è il limite del rapporto incrementale $\Delta x/\Delta t$. Ovvero lo spazio percorso in un intervallo di tempo infinitamente piccolo

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- v è in ogni istante la tangente della curva che descrive la curva oraria

Significato geometrico della derivata



- La derivata è il limite del rapporto incrementale ed è il valore della tangente in ciascun punto della curva esaminata.
- La derivata può essere positiva o negativa a seconda che la curva salga o scenda e può essere nulla quando la tangente alla curva risulti essere orizzontale
- Una derivata infinitamente grande significa che in quel punto la tangente è verticale ovvero parallela all'asse y.

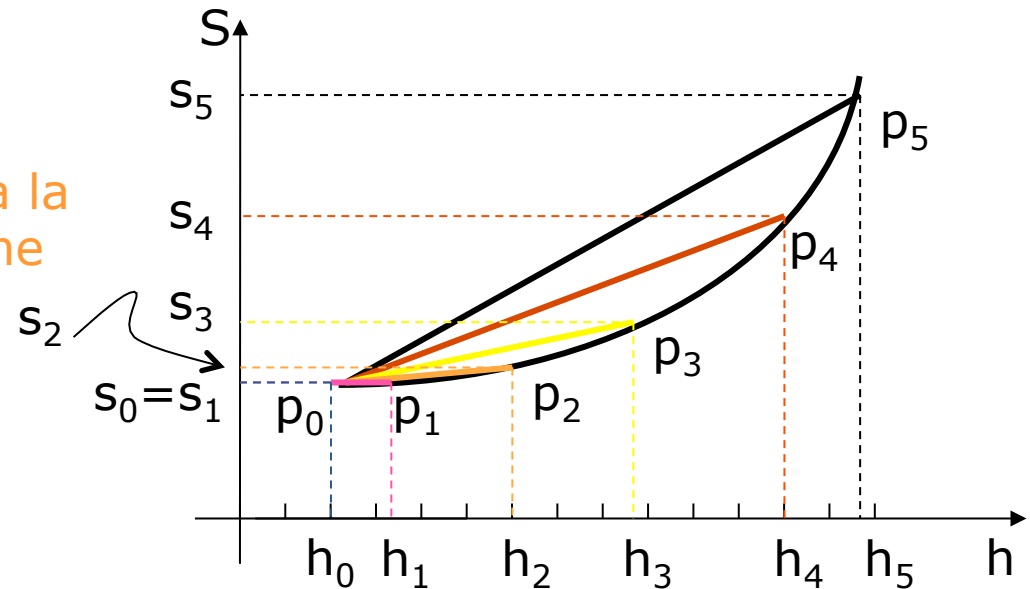
Significato di derivata

La pendenza m di una retta

$$y = mx + q$$

fra i punti P_0 e P_i è il rapporto fra la differenza dei valori della funzione S nei punti scelti e la differenza della variabile indipendente h .

$$m = \frac{\Delta S(x)}{\Delta x} = \frac{S(a + \Delta h) - S(a)}{\Delta h}$$



La derivata della funzione S è una altra funzione S' il cui valore è il limite (se esiste) del rapporto incrementale, nell'ipotesi che gli intervalli h siano infinitamente piccoli.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{S(a + h) - S(a)}{h}$$

Esempi di derivate

Calcoliamo la derivata di: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{a(x+h)^2 + b(x+h) + c - ax^2 - bx - c}{h} = \\ &= \frac{a[(x+h)^2 - x^2] + b[(x+h) - x]}{h} = \frac{a(2hx + h^2) + bh}{h} = 2ax + b + ah\end{aligned}$$

e nel lim per $h \rightarrow 0$ sara': $f'(ax^2 + bx + c) = 2ax + b$

Calcolo della derivata di $f(x) = \sqrt{x}$

$$\begin{aligned}\frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} = \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \\ &= \frac{(x+h) - x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{1}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} =\end{aligned}$$

e per il lim per $h \rightarrow 0$ avremo: $f'(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Derivate tipiche

Funzione	Derivata
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$1/\cos^2 x$
$\ln x$	$1/x$
a^x	$a^x \ln a$

- La derivata di una somma è data dalla somma delle derivate
- la derivata di un prodotto è data dalla somma della derivata del primo termine per il secondo non derivato più la derivata del secondo termine per il primo non derivato
- La derivata di un quoziente di funzioni è data dal quoziente fra la derivata del numeratore per il denominatore non derivato meno il numeratore per la derivata del denominatore e tutto diviso per il denominatore al quadrato

$x, dx/dt, d^2x/dt^2$

✓ la variazione della posizione nel tempo definisce la velocità. Allo stesso modo la variazione della velocità nel tempo definisce l'accelerazione.

$$v = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)$$

$$a = (v_{x2} - v_{x1}) / (t_2 - t_1)$$

✓ Pertanto conoscere la legge oraria ovvero funzione posizione, istante per istante, equivale a conoscere, istante per istante, la velocità e l'accelerazione

