

Programma del corso di METODI MATEMATICI DELLA FISICA
A.A. 2014-15 Docente: prof. R. Frezzotti (Codocente: dr. P. Dimopoulos)

1) FUNZIONI ANALITICHE DI VARIABILE COMPLESSA

Richiami sui numeri complessi, rappresentazioni cartesiane e polare. Funzioni analitiche di variabile complessa, singolarità isolate e non-isolate. Funzioni armoniche di due variabili reali e parti reale o immaginaria di funzioni analitiche. Integrazione nel campo complesso. Teorema di Cauchy. Rappresentazione di Cauchy di una funzione e delle sue derivate. Teoremi su funzioni analitiche. Sviluppi in serie di Taylor e proprietà di convergenza. Continuazione analitica: concetto ed alcuni metodi. Funzioni monodrome e polidrome, definizione dei punti di diramazione tramite continuazione analitica. Sviluppi in serie di Laurent e proprietà di convergenza. Classificazione delle singolarità isolate (poli e singolarità essenziali). Teorema dei residui ed applicazioni al calcolo di integrali. Singolarità sul cammino d'integrazione. Valore principale di un integrale. Funzioni analitiche polidrome sul piano complesso tagliato: prescrizione e discontinuità. Superfici di Riemann. Esempi ed applicazioni al calcolo di integrali reali e complessi.

2) SPAZI LINEARI AD UN NUMERO FINITO DI DIMENSIONI

Definizioni fondamentali e basi in uno spazio lineare. Spazi lineari metrici. Richiami di algebra lineare e teorema di Rouché-Capelli. Funzionali lineari, spazio duale; lemma di Riesz e notazione di Dirac. Polinomi ortogonali classici. Diseguaglianze fondamentali. Operatori lineari. Algebra di operatori lineari. Funzioni di operatore lineare: per serie; via integrale di Cauchy-Dunford. Teoria spettrale e decomposizione spettrale di un operatore lineare. Condizioni necessarie e sufficienti per la diagonalizzabilità di operatori. Definizione di operatore aggiunto. Operatori autoaggiunti, operatori unitari e operatori normali. Diagonalizzabilità in base ortonormale. Esempi. Insiemi completi di operatori autoaggiunti. Insiemi irriducibili di operatori e Lemma di Schur. Funzioni di operatori non commutanti e formule di Baker-Campbell-Hausdorff.

Testi consigliati

- 1) F. Calogero "Metodi matematici della Fisica" dispense Istituto di Fisica G. Marconi, Università di Roma "LaSapienza", anno accademico 1973/74.
- 2) C. Rossetti, Metodi matematici della fisica, ed. Levrotto & Bella, 2000.
- 3) E. Onofri "Lezioni sulla teoria degli operatori lineari".
<http://www.fis.unipr.it/~enrico.onofri/MMFbook.pdf>