

# Circuiti

Nel progettare un circuito destinato a svolgere una certa funzione normalmente si hanno a disposizione i seguenti elementi:

- 1) Uno o più sorgenti di f.e.m. nota (batteria, generatore di tensione)
- 2) Filo metallico (conduttore)
- 3) Interruttori
- 4) Resistenze
- 5) Capacità
- 6) ....

Componente  
(resistore, sorgente f.e.m.,...)

Il problema è spesso quello di stabilire come si possa produrre una data corrente in un particolare elemento di circuito

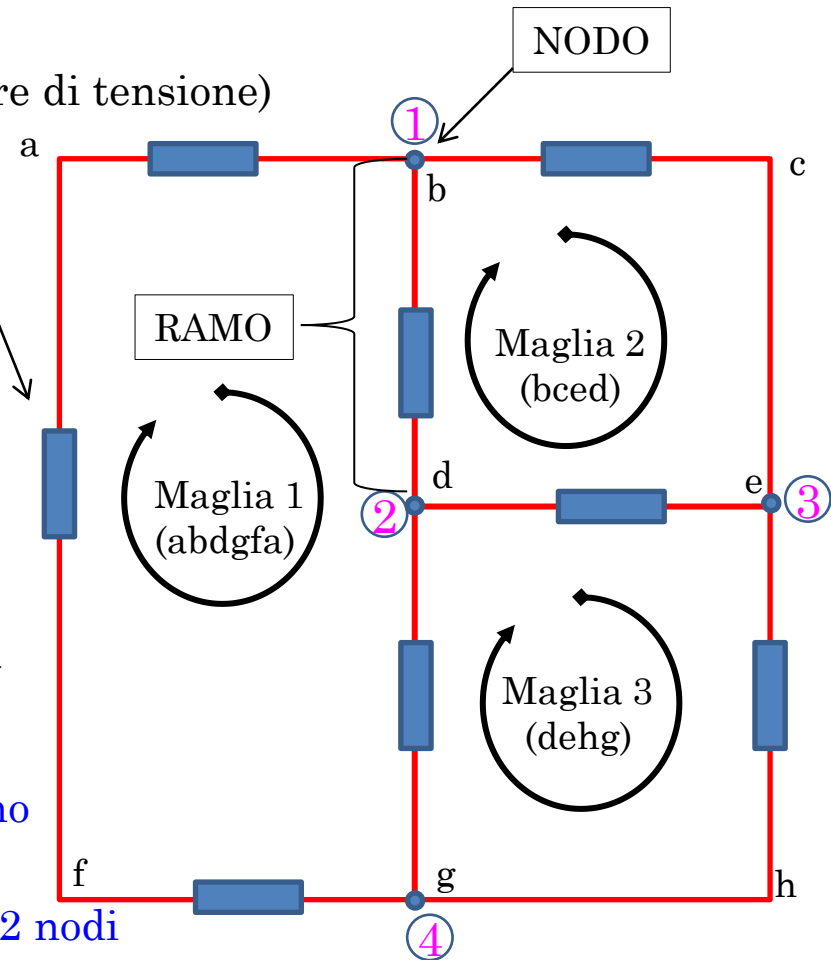
La maggior parte degli elementi circuitali (resistori, capacitori...) sono collegati al circuito in due punti. Ciascun elemento è caratterizzato dalla legge che lega la corrente che lo attraversa alla ddp ai suoi estremi (es: per la resistenza la legge è  $\Delta V = RI$ )

Si definisce **NODO**: un punto in cui convergono almeno tre conduttori

Si definisce **RAMO**: la parte di circuito contenuta tra 2 nodi

Si definisce **MAGLIA**: il percorso chiuso che parte da un nodo e giunge al medesimo nodo dopo aver attraversato diversi elementi circuitali senza percorrere due volte lo stesso ramo

In un circuito è possibile in genere identificare più maglie, ma è opportuno considerare delle maglie "indipendenti", cioè scelte in modo da avere che ciascuna contenga almeno un ramo che non sia contenuto nelle altre



# Leggi di Kirchhoff

Due leggi, dette Leggi di Kirchhoff, indicano come determinare le correnti che attraversano i singoli componenti circuitali: la legge delle maglie e la legge dei nodi.

## LEGGE DELLE MAGLIE:

La somma delle differenze di potenziale che si incontrano compiendo un giro completo lungo una qualsiasi maglia di un circuito è nulla:

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = 0$$

Il potenziale aumenta attraversando alcuni elementi circuitali e diminuisce attraversandone altri, ma la somma delle differenze di potenziale lungo un giro completo deve essere nulla.

NB: Il verso della corrente attraverso i vari rami del circuito, inizialmente non è nota si sceglie quindi arbitrariamente per ogni ramo. L'importante è mantenere questa direzione in tutte le fasi in cui si applicano le leggi di Kirchhoff. Conseguenza di ciò la corrente può essere positiva o negativa ( a seconda del suo verso).

Per convenzione si prende positiva la corrente che circola nel verso di moto dei portatori positivi. Se alla fine dello studio del circuito il valore di una corrente risulterà negativo, significa che la corrente avrà in realtà il verso opposto a quello scelto arbitrariamente all'inizio.

Vi sono due regole a cui ci si può attenere mentre si utilizza la legge delle maglie:

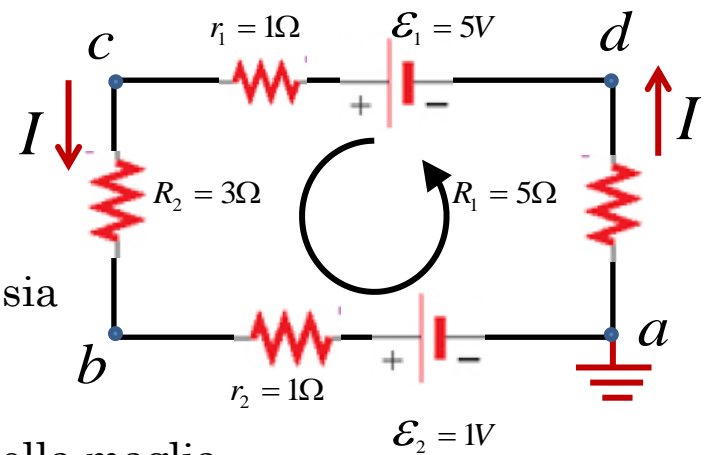
1) Se si percorre una resistenza  $R$  nel verso della corrente il potenziale diminuisce ( $-RI$ )

Se  $R$  si percorre in senso opposto alla corrente il potenziale aumenta ( $RI$ )

2) Se si percorre una sorgente di f.e.m. nel senso della f.e.m. ( $- +$ ) la ddp viene considerata  $+\varepsilon$

Se si percorre una sorgente di f.e.m. in senso opposto alla f.e.m. ( $+ -$ ) la ddp è considerata  $-\varepsilon$

## Esempio



Consideriamo il circuito in figura

Abbiamo 2 sorgenti di f.e.m. che generano correnti aventi versi opposti.

Il verso della corrente non è certo a priori.

Scegliamo arbitrariamente che il verso della corrente sia antiorario

Partiamo dal punto  $a$  ed attraversiamo tutti i

componenti circuitali procedendo in senso antiorario nella maglia

Facciamo la somma delle ddp tenendo conto delle regole dei versi rispetto alla corrente

La resistenza interna delle sorgenti di f.e.m. viene trattata come una resistenza indipendente

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = (-R_1 I) + (+\varepsilon_1) + (-r_1 I) + (-R_2 I) + (-r_2 I) + (-\varepsilon_2) = 0$$



$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) - (R_1 + r_1 + R_2 + r_2)I = 0 \Rightarrow I = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{(R_1 + r_1 + R_2 + r_2)} \Rightarrow I = 0.4A$$

Il segno della corrente ottenuta è + quindi il verso della corrente è effettivamente quello antiorario ( perché  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$  )

Se fosse stata  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$  la corrente sarebbe risultata con segno negativo, quindi il verso sarebbe stato orario, cioè opposto al verso scelto arbitrariamente all'inizio.

L'equazione ci fornisce automaticamente il verso della corrente

# Legge dei Nodi

Nell'analisi dei circuiti che contengono 2 o più maglie, insieme alla legge delle maglie si utilizza la legge dei nodi

## LEGGE DEI NODI:

La somma delle intensità delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti dal nodo (i versi delle correnti sono quelli arbitrariamente scelti all'inizio)

$$\sum_{\text{entranti nel nodo}} I = \sum_{\text{uscenti dal nodo}} I$$

Se si considerano **positive le correnti entranti** nel nodo e **negative le correnti uscenti** dal nodo la legge dei nodi può essere riformulata come:

La somma algebrica delle correnti in un nodo deve essere nulla

$$\sum_{\text{nodo}} I = 0$$

Consideriamo il circuito in figura

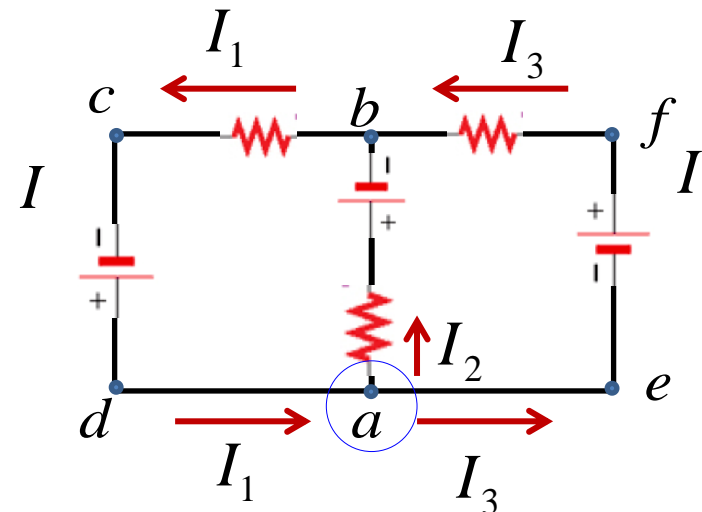
Scegliamo arbitrariamente i versi delle correnti in ogni ramo.

La legge dei nodi applicata al nodo *a* del circuito in figura ci dice che:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



$$I_1 = I_2 + I_3$$



## Esempio

Consideriamo il circuito in figura  
Determinare le correnti  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$

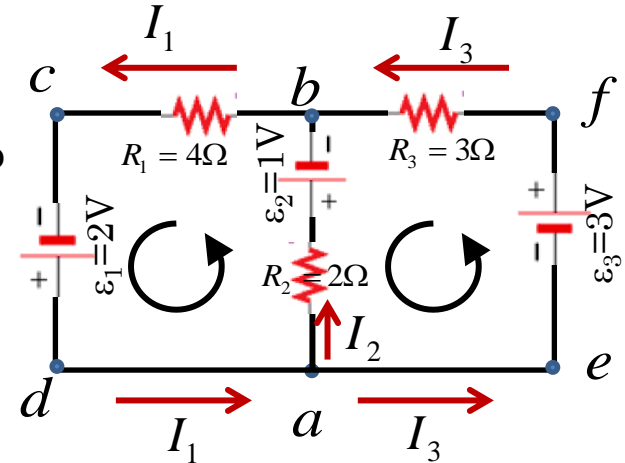
Abbiamo 3 incognite da determinare

Abbiamo 2 nodi (a e b), ma in realtà i nodi indipendenti sono sempre uno in meno rispetto al numero di nodi presenti.

Quindi abbiamo un solo nodo indipendente da cui estrarre un'equazione.

Abbiamo bisogno quindi di due maglie indipendenti per ottenere le altre due equazioni necessarie.

(3 incognite  $\rightarrow$  3 equazioni)



Scegliamo le maglie abcda (senso antiorario) e aefba (senso antiorario)

1) Equazione dalla legge dei nodi: (applicata al nodo a)

$$I_1 = I_2 + I_3$$

2) Legge delle maglie applicata alla maglia 1 (partendo da a):

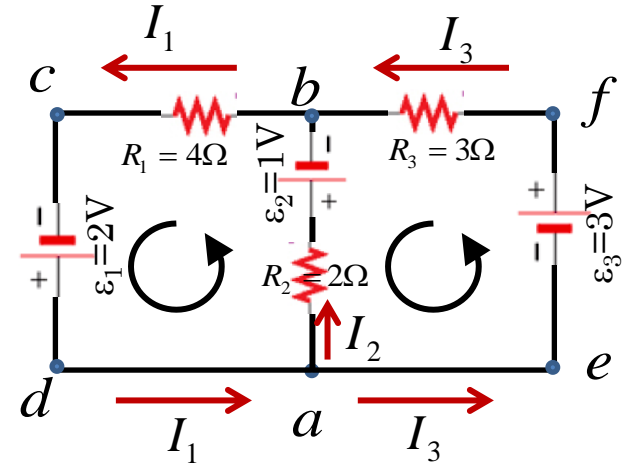
$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = (-R_2 I_2) + (-\varepsilon_2) + (-R_1 I_1) + (+\varepsilon_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

3) La legge delle maglie applicata alla maglia 2 (partendo da a):

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = (+\varepsilon_3) + (-R_3 I_3) + (+\varepsilon_2) + (+R_2 I_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_3 + \varepsilon_2 = R_3 I_3 - R_2 I_2$$

Sistema di 3 equazioni in 3 incognite ( $I_1, I_2, I_3$ )

$$\begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \\ \varepsilon_3 + \varepsilon_2 = R_3 I_3 - R_2 I_2 \end{cases}$$



Sistema di 2 equazioni in 2 incognite ( $I_2, I_3$ )

$$\begin{cases} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = (R_1 + R_2)I_2 + R_1 I_3 \\ \varepsilon_3 + \varepsilon_2 = R_3 I_3 - R_2 I_2 \end{cases}$$

Moltiplico la seconda equazione per 3

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\begin{cases} 1V = (6\Omega)I_2 + (4\Omega)I_3 \\ 4V = -(2\Omega)I_2 + (3\Omega)I_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1V = (6\Omega)I_2 + (4\Omega)I_3 \\ 12V = -(6\Omega)I_2 + (9\Omega)I_3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (6\Omega)I_2 = 1V - (4\Omega)I_3 \\ 12V = -1V + (4\Omega)I_3 + (9\Omega)I_3 \end{cases}$$

$$13V = (13\Omega)I_3$$

$$I_3 = 1A \quad I_2 = -0.5A \quad I_1 = 0.5A$$

I sensi di  $I_1$  ed  $I_3$  sono uguali a quelli ipotizzati, ma il verso di  $I_2$  è opposto a quello ipotizzato